

Ad Soyad:

Numara :

İmza:

## KODLAMA TEORİSİ I ARA SINAV SORULARI

1.  $C$  ve  $D$ ,  $F_q$  sonlu cisim üzerinde tanımlı aynı uzunluğa sahip iki lineer kod olsun.

$$C+D = \{c+d \mid c \in C, d \in D\}$$

lineer bir kod mudur? Gösteriniz.

2.  $(u_0, u_1, u_2, u_3)$  mesaj vektörü  $v_0, v_1, v_2, v_3$  kontrol sembolleri olmak üzere  $C$ , binary  $[8,4]$ -kodun kontrol denklemleri

$$v_0 = u_0 + u_1 + u_2$$

$$v_1 = u_0 + u_1 + u_3$$

$$v_2 = u_0 + u_2 + u_3$$

$$v_3 = u_1 + u_2 + u_3$$

olsun.  $(v_0, v_1, v_2, v_3, u_0, u_1, u_2, u_3) \in C$  ise  $G, H$  ve  $|C|$ 'ni bulunuz.

3.  $C, F_2$  üzerinde tanımlı kodun kontrol matrisi

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

olmak üzere

a)  $G = ?$

b)  $C = ?$

c) Sendrom arama tablosunu oluşturunuz.

d) 101101 ve 101110 vektörlerini dekodlayınız.

4.  $C, F_3$  üzerinde tanımlı bir kodun üretici matrisi

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ise

a)  $H = ?$

b)  $C$  koduna göre oluşturulan denklik sınıflarının sayısını ve sınıf liderlerini bulunuz.

c)  $11111111$  ve  $21111121$  elemanları aynı denklik sınıfında mıdır? Gösteriniz.

5.  $a \in F_5$  olmak üzere  $w_l(a) = \begin{cases} 0, & a=0 \\ 1, & a=1,4 \\ 2, & a=2,3 \end{cases}$  şeklinde

tanımlı bir ağırlık fonksiyonu verilsin.  $\forall a, b \in F_5$  için

$d_l(a, b) = w_l(b - a)$  olmak üzere  $x, y \in F_5^n$  elemanları için

$$d_l(x, y) = \sum_{i=1}^n w_l(y_i - x_i)$$

şeklinde  $d_l$  uzaklık fonksiyonu tanımlansın.

a)  $x = (1, 2, 3, 4, 0, 1)$  ve  $y = (2, 3, 3, 4, 2, 3)$  için  $d_l(x, y) = ?$

b)

$$S_r(u) = \{ v \in F_5^6 : d_l(u, v) = r \}$$

olmak üzere

$$|S_1(0, 0, 0, 0, 0, 0)| = ?$$

Başarılar

CEVAŞLAR

- 4)
- $C+D \subseteq \mathbb{F}_q^n$
  - $0 \in C, 0 \in D \Rightarrow 0 \in C+D \Rightarrow C+D \neq \emptyset$
  - $\forall x+y, x_1+y_1 \in C+D$  iain  $(x+y) + (x_1+y_1) \in C+D$  ?  
 $\forall \alpha \in \mathbb{F}_q, \forall x+y \in C+D$  iain  $\alpha(x+y) \in C+D$  ?
- $$(x+y) + (x_1+y_1) = \underbrace{(x+x_1)}_{\in C} + \underbrace{(y+y_1)}_{\in D} \in C+D$$
- $$\alpha(x+y) = \underbrace{\alpha x}_{\in C} + \underbrace{\alpha y}_{\in D} \in C+D$$

$\therefore C+D$  linear koddur.

2)  $G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$\underbrace{\hspace{10em}}_I \quad \underbrace{\hspace{10em}}_A$

$H = [-A^T : I] = G$

•  $|C| = 2^4 = 16$

3) a)  $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

b)  $C = \{ 000000, 001101, 010111, 100011, 101110, 110100, 111001, 011010 \}$

c)

Simif lid	000000	100000	010000	001000	000100	000010	000001	010001
send.	000	011	111	101	100	010	001	110

d)  $S(101101) = 011$        $101101 \rightarrow 001101$   
 $S(101110) = 000$        $101110 \rightarrow 101110$

4) a) 2. ve 6. satır 2 ile carpıldığında standart hale gelir.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H = [-A^T : I_{2 \times 2}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b)  $3^2 = 9$  tane sınıf vardır.

	<u>Sendrom</u>
• 00000000 →	00
10000000 →	20
01000000 →	10
00001000 →	02
00000100 →	01
10000001 →	21
01000100 →	11
10001000 →	22
01001000 →	12

c)  $S(1111111) = 11$   
 $S(21111121) = 11$  olduğundan aynı denklelik sınıflıdır.

5) a)  $d_L(x, y) = w_L(2-1) + w_L(3-2) + w_L(3-3) + w_L(4-1) + w_L(2-0) + w_L(3-1)$   
 $= w_L(1) + w_L(1) + w_L(0) + w_L(0) + w_L(2) + w_L(2)$   
 $= 1 + 1 + 0 + 0 + 2 + 2 = 6$

b)  $S_1(0,0,0,0,0,0) = \left\{ v \in F_5^6 : d_L(000000, v) = 1 \right\}$   
 $= \left\{ (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6) : w_L(v_1) + w_L(v_2) + \dots + w_L(v_6) = 1 \right\}$   
 $= \left\{ 100000, 010000, \dots, 000001, 400000, 040000, \dots, 000004 \right\}$   
 $|S_1(0,0,0,0,0,0)| = 12$